

# מכינה למתמטיקה לתלמידי כלכלה – סיכום – אסף רום

## שיעור 1

נושאים: כפל מקוצר, פירוק טרינום, משוואה ריבועית והקשר לטרינום (פירוק עם  $y$ ), צמצום שברים אלגבריים, א"ש ליניארי, "או" ו-"וגם", א"ש ריבועי, א"ש עם חזקת ארבע, א"ש מנה, ערך מוחלט.

נוסחאות כפל מקוצר: רוצים להיות מסוגלים לקחת משוואה ריבועית ולצמצם אותה מהר. לחלופין, לפתוח מהר סוגריים.  $(a \pm b)^2$ ,  $(a + b)(a - b)$ .

תרגילים:

1.  $(x + 1)^2 = ?$
2.  $(8 + a)^2 = ?$
3.  $(3x - 5y)^2 = ?$
4.  $(a - b)^2 + 2ab = ?$
5.  $(x + 1)(x - 1) = ?$
6.  $(2x - 1)(2x + 1) = ?$
7.  $(x^2 - 6)(x^2 + 6) = ?$
8.  $(2a - 1)(2a + 1) - (2a + 3)(a + 1) = ?$
9.  $x^2 - 9 = 0$
10.  $x^2 + 4x + 4 = 0$
11.  $x^2 - 4x + 4 = 0$
12.  $x^2 - 8ax + 16a^2 = 0$

פירוק טרינום: קיבלתם משוואה ריבועית:  $ax^2 + bx + c = 0$ .

איך פותרים? 1. נוסחה 2. טרינום

נתחיל מ- $a=1$ . צריך למצוא  $x_1, x_2$  כך ש:

$$x_1 + x_2 = -b \text{ and } x_1 \cdot x_2 = c$$

תרגילים:

1.  $x^2 + 8x + 12 = 0$
2.  $x^2 + 13x + 25 = -5$
3.  $x^2 + 11x + 12 = 1 - x$
4.  $5x^2 - 15x - 20 = 0$

5.  $x^6 + 18x^5 + 72x^4 = 0$

נוסחה למשוואה ריבועית: לחזור על התרגילים ממקודם.

1.  $\frac{3}{(x+6)^2} - \frac{2}{x^2-36} = 0$

2.  $3(x-1) - \frac{(5x+3)^2}{4} = -7$

3.  $\sqrt{x+7} - x = 5$

מה סכום ערכי x הפותרים את המשוואה  $x^2 + 10x + 25 = x + 7$  (תשובה: -9)

פירוק עם ערכי y (לעשות גם טרינום וגם נוסחה):  $x^2 - 7xy + 12y^2 = 0$ .

חזקת ארבע:  $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$ .

צמצום שברים אלגבריים

1.  $\frac{\sqrt{x^2-1} + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{x^2+x-1}$

2.  $\frac{a+2 - \frac{1}{a+2}}{a+2 + \frac{a}{a+2}}$

א"ש ליניארי:

$x + 4 > 2x - 5, -x - 4 \leq 5$

או וגם:

1.  $x + 7 < 3x - 5$  or  $x < 2$

2.  $x + 9 < 4x - 6$  or  $x > 2$

3.  $x + 1 < 10$  and  $3x > 21$

4.  $x < 3$  and  $x > 6$

א"ש ריבועי:

1.  $x^2 \geq 0$

2.  $x^2 > 0$

3.  $x^2 > -1$
4.  $x^2 > 1$
5.  $x^2 - 3x > 4$
6.  $x^2 - 4 < 0$
7.  $\frac{x^2+3x+2}{2x-1} < 4$
8.  $\frac{x+4}{2x^2-x-6} - \frac{x+2}{x-2} \geq 2$
9.  $x^3 - x^2 - 2x \leq 0$
10.  $\frac{x^2-3x-4}{x^2+x-20} < 1$
11.  $\frac{x+2}{x^2+x-6} - \frac{3}{x-2} > \frac{3}{4}$
12.  $\frac{x+3}{3x^2-5x-2} \leq \frac{3}{x^2-4}$

שאלה: לכל סטודנט יש תעודת סטודנט. מה השלילה של הטענה?

1. יש סטודנט שאין לו תעודת סטודנט
2. לכל סטודנט אין תעודת סטודנט
3. אין סטודנט שיש לו תעודת סטודנט
4. אין סטודנט שאין לו תעודת סטודנט

שיעורי בית:

1.  $(2zt - 4ac)^2 = ?$
2.  $x^2 + 9x - 64 = 0$
3.  $x^2 - 7x + 12 = 0$
4.  $\frac{x^2-5x-14}{x^2-4x+4} = ?$
5.  $x^4 - 5x^2 + 4 \geq 0$
6.  $|x^2 - 7| < 2$

## שיעור 2

נושאים: פתרון ש"ב, מערכת משוואות ליניאריות, מערכת משוואות ריבועיות, משוואת ישר, חיתוך ישרים, חלוקת המישור ע"י ישר, משוואת הפרבולה, חלוקת המישור ע"י פרבולה, חלוקת המישור ע"י ישר ופרבולה.

מערכת משוואות ליניאריות: שתי שיטות- הצבה והשוואת מקדמים.

שאלות על הצבה:

- $$\begin{cases} x - y = 8 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} 4x = 8y + 16 \\ x - 2y = 24 + 2x \end{cases}$$

שאלות על השוואת מקדמים:

- $$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} y + x = 14 + 2x \\ 2(2x + y) + 3 = 10 - x \end{cases}$$

## משוואות ריבועיות

- $$\begin{cases} (x + 2y)(x - y) = 0 \\ (x - 1)(x + 2y + 3) = 0 \end{cases}$$
- What is the product of all solutions for  $y$ ?
$$\begin{cases} x^2 + 5xy - 6y^2 = 0 \\ x^2 + xy = 120 \end{cases}$$
- What is the sum of all solutions for  $y$ ?
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 \\ x^2 + y - 2y^2 = -2 \end{cases}$$
- What is the sum of values of  $x$ ?
$$\begin{cases} xy = -6 \\ x^2 + 2y^2 = 17 \end{cases}$$

איך מצוירים גרף: של  $2x + 1$  של  $x^2$ ?

דוגמא מילולית לפונקציה ליניארית: בריכה מתמלאת ב-10 קוב בשעה, ומתחילה ב-3 קוב. כמה קוב יש אחרי  $x$  שעות?

משוואת ישר: לכתוב את משוואת הישר, איך מגיעים למשוואת ישר משיפוע ונקודה? איך מגיעים לשיפוע משתי נקודות (להראות גרפית)? משוואת ישר משתי נקודות.

משוואת ישר לא מפורשת:  $3x + 4y = 5$ .

ישרים מקבילים: אותו שיפוע

נק' חיתוך של שני ישרים: פתרון שתי משוואות

חלוקת מישור ע"י ישר: להראות גרפית.

1. שרטטו את הישרים  $y = 4 - x$ ,  $y = 3x - 4$ . מה השטח המתאים ל:

$$\begin{cases} y \leq 3x - 4 \\ y \geq 0 \\ y \leq 4 - x \end{cases}$$

2. פנימו של משולש שקודקודיו הם  $(0,2)$ ,  $(2,4)$ ,  $(5,1)$  מתואר ע"י איזו מערכת אי-שיוויונים?

פרבולה: משמעות הפרמטרים בפרבולה. משוואת קודקוד הפרבולה. השורשים במרחק שווה מהקודקוד. חלוקת המישור ע"י פרבולה.

1. נתונה פרבולה שקודקודה ב- $(1.5, 12.25)$ , והמרחק בין שורשי הפרבולה הוא 7. אז  $a + b + c = ?$

2. קודקוד פרבולה הוא  $(-3, 4)$ , והפרבולה חותכת את ציר  $x$  בנקודה  $(-5, 0)$ . אז:

a. זוהי פרבולה ישרה (=מחייכת)

b.  $y(2) = -13$

c. נק' החיתוך עם ציר  $y$  היא  $(0, 5)$

d. נק' החיתוך השנייה עם ציר  $x$  היא  $(-1, 0)$ .

3. נתונה פרבולה מצוירת, מהם סימני  $a, b, c$ ?

חלוקת המישור ע"י פרבולה וישר, ישר ופרבולה שנפגשים (אי-שיוויונים)

1. נתונים גרפים של  $y = x^2$ ,  $y = -3x + 19$ , ומצויר מלבן שצלע אחת שלו על ציר  $x$ , קודקוד שמאלי עליון על הפרבולה, וקודקוד ימני עליון על הישר. נתון שהיקף המלבן 14, באיזו נקודה פוגש המלבן את הפרבולה?
2. הישר  $y = 7x - 5$  חותך את הפרבולה  $y = 2x^2 - 3x + 3$  ב-  
 a. שתי נקודות מימין לציר  $y$   
 b. נקודה אחת בלבד  
 c. לא חותך אותה  
 d. שתי נקודות מתחת לציר  $x$

### שיעורי בית

1. Solve using "hatzava"

$$\begin{cases} 6x + y = 12 \\ x - 2y = 24 + 2x \end{cases}$$

2. Solve using "hashva'at meqadmim"

$$\begin{cases} 6x + 4y = 18 \\ 3y - 2x = 20 \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} xy = 2 \\ 2x^2 - 5y^2 = -6 \end{cases}$$

4. קודקוד הפרבולה הוא  $(2, -7)$  והפרבולה עוברת דרך  $(1, -5)$ . אז  $y(-1) = ?$

### שיעור 3

נושאים: פתרון שיעורי בית. פרבולה וישר, ערך מוחלט, כללי חזקות, פישוט וצמצום ביטויים, פונקציה מעריכית, א"ש מעריכי,  $e$ , לוג, כללי לוגריתמים, ח, א"ש עם לוג, תחום הגדרה.

מבחן 2 שאלה 9

מבחן 4 שאלה 10

#### פרבולה וישר:

מבחן 2 שאלה 12

מבחן 4 שאלה 11

מבחן 5 שאלה 4 – שיעורי בית

ערכ מוחלט: מבחן 3 שאלה 5

כללי חזקות:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, (a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x, a^{-x} = \frac{1}{a^x}, \sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}$$

פונקציה מעריכית:  $y = b \cdot a^x$ , פונקציה שגדלה "מהר".

א"ש מעריכי: חשוב לזכור אם הבסיס גדול מ-1, שווה ל-1 או קטן מ-1! (ואם הוא שלילי...)

המספר e: מקיים  $(e^x)' = e^x$ , בערך 2.71 אבל באמת הוא אי-רציונאלי (ואפילו טרנסצנדנטי).

שאלה לשיעורי בית: הוכיחו ששורש 2 הוא מספר אי-רציונלי

מבחן 1 שאלות 12, 6א, 6ג

מבחן 2 שאלות 4, 5, 8

מבחן 3 שאלות 6, 8, 10

מבחן 4 שאלה 4

מבחן 5 שאלות 6, 8

לוגריתמים: מה זה לוגריתם, דוגמאות פשוטות:  $\log_2 32, \log_3 27, \log_4 \frac{1}{16}, \log_9 3$ .

אנחנו תמיד נניח שהבסיס  $1 < b < \infty$ , ובהתאם  $x > 0$ .

$$\log_b 1 = 0, \log_a a = 1$$

$$\log_c(a \cdot b) = \log_c a + \log_c b, \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b, \log_c(a^r) = r \log_c a$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}, \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$x^{\log_a b} = b^{\log_a x}, b^{\log_b a} = a$$

תרגילים:

מבחן 1 שאלות, 5, 6, 6, 6

מבחן 2 שאלות, 6, 7

מבחן 3 שאלות, 7, 9

מבחן 4 שאלות, 5, 6, 8

מבחן 5 שאלות, 5, 10, 11

א"ש עם לוג

איך מצירים גרף של פונקציית לוג

## שיעור 4

נושאים: שיעורי בית, הגדרות טריגונומטריה, גרפים, תכונות בין 0 ל-360 מעלות, רדיאנים, משוואות טריגונומטריות פשוטות, זהויות טריגונומטריות.

לעבור על הגדרות

גרפים

תכונות בין 0 ל-360 מעלות, ערכים חשובים של הפונקציות

רדיאנים

מבחן 1 שאלות, 10, 11

מבחן 2 שאלה 15 – שיעורי בית

מבחן 5 שאלה 1



זהויות בסיסיות במעגל:

$$\sin x = -\sin(-x), \cos x = \cos(-x), \sin x = \cos(90 - x), \sin^2 x + \cos^2 x = 1,$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

מבחן 3 שאלה 11

מבחן 4 שאלה 15

מבחן 5 שאלה 9 – שיעורי בית

זהויות טריגונומטריות:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x, \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

מבחן 1 שאלות 8, 9, 11

מבחן 2 שאלה 13 – שיעורי בית

מבחן 2 שאלה 14

מבחן 3 שאלה 12 – שיעורי בית

מבחן 4 שאלות 13, 14

מבחן 5 שאלה 14

## שיעור 5

נושאים: מעבר על שיעורי בית, אינדוקציה, מבחן, מעבר על המבחן.

אינדוקציה: מה זה אינדוקציה?

- $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
- $\frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{2n+3}{(n+1)^2(n+2)^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(n+2)^2}$
- $\frac{4}{3} + \frac{28}{3^2} + \frac{244}{3^3} + \dots + \frac{3^{2n-1}+1}{3^n} = \frac{3^{2n}-1}{2 \cdot 3^n}$
- $\frac{1}{4 \cdot 2!} + \frac{1}{5 \cdot 3!} + \frac{1}{6 \cdot 4!} + \dots + \frac{1}{(n+3)(n+1)!} = \frac{1}{6} - \frac{1}{(n+3)!}$
- $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$

מבחן כיתה

- $\frac{x^2+x-2}{x^2-x} > 2$
- $\begin{cases} x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \\ (x-1)(x+5y-32) = 0 \end{cases}$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^{4x^2-2} < \left(\frac{9}{16}\right)^x$

4. בכל שנה שכר הדירה בירושלים עולה ב-4%

- סטודנט שוכר חדר ברחביה ב-1500 ש"ח לחודש, מה יהיה שכר הדירה כאשר יסיים את התואר בעוד 3 שנים?
- אם תואר ראשון לוקח שלוש שנים, תואר שני שנתיים, ודוקטורט חמש שנים, באיזה שלב בחיים יהיה הסטודנט כאשר שכר הדירה שלו יגיע ל-2000 ש"ח?
- עריית ירושלים מעניקה סובסידיה לשוכרים במרכז העיר. איך הסובסידיה תשפיע לדעתכם על מחירי הדירות?

5.  $3^{\sin x} = 3^{\cos 2x}$

- לאילו ערכי  $x$  בתחום  $0^\circ \leq x < 360^\circ$  מתקיים  $\sin x \geq -\cos x$ ?
- הגרף מתאר פרבולה. מהם סימני  $a, b, c$ ? (לצייר כך שהפתרון הוא  $a < 0, b < 0, c > 0$ )
- ציירו את  $y = -2|x - 4| + 6$ . מה השטח התחום במשולש בין פונקציה זו ובין ציר ה- $x$ ?

9. מצוירות שלוש פונקציות:  $y = 4^x, y = 8\sqrt{x}, y = -x + 8$ . מהם אי-השיוויונים שמתארים את השטח המקווקוו?

10. "אין סוסים שמדברים עברית". מה השלילה?

- כל הסוסים מדברים עברית
- יש דוברי עברית שאינם סוסים
- יש סוסים שלא מדברים עברית
- לא כל מי שדובר עברית אינו סוס

11. אם  $a^x = 9$ , אז  $a^{-2\frac{1}{2}x} = ?$